Póster «10 casos de factoreo»

1. **AX4 – BX2 + CX3 – DX5** (FACTOR COMÚN):  
   En un polinomio, se reconoce porque todos los miembros tienen la misma variable (en este caso, X).
2. **AX2 + AX + AB – DX** (FACTOREO POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS):  
   Se reconoce porque los miembros tienen coeficientes comunes (en este caso, A y B).
3. **36 + 12M2 + M4** (TRINOMIO CUADRADO PERFECTO):  
   Se reconoce porque tienen tres términos y sus extremos son raíces exactas (en este caso, 36 y M4).  
   ADENDA: Los extremos deben ser del mismo signo.
4. **100 – X4** (DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS):  
   Se reconoce por ser una resta cuyos términos tienen raíces cuadradas (en este caso, 100 y X4).
5. **A4 + 2A2 + 9** (TRINOMIO CUADRADO PERFECTO POR ADICIÓN O SUSTRACCIÓN):  
   Muy parecido al Trinomio Cuadrado Perfecto (sus extremos son raíces exactas) pero su término medio NO es el doble de las raíces (en este caso, no cumple que sea 2\*A2\*3, en el caso del TCP, sí se cumple que 2\*6\*M2).
6. **X2 + 7X + 10** (TRINOMIO DE LA FORMA X2+BX+C):  
   Se reconoce por:
   * + 1. sus extremos no son raíces exactas (en este caso, 10)
       2. el coeficiente del término cuadrático es 1
7. **3X2 – 5X – 2** (TRINOMIO DE LA FORMA AX2+BX+C):  
   Se reconoce por:
   * + 1. sus extremos no son raíces exactas (en este caso, 2)
       2. el coeficiente del término cuadrático no es 1 (en este caso, 3)
8. **8A3 – 36A2B + 54AB2 – 27B3** (CUBO PERFECTO DE BINOMIOS):  
   Se reconoce por ser un cuatrinomio cuyos extremos son raíces cúbicas exactas, tanto el coeficiente como el exponente (en este caso, 8, a3, 27 y b3).
9. **27A3 ± 64** (SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS PERFECTOS):  
   Similar a diferencia de cuadrados, se reconoce porque cada uno de sus dos términos tiene raíz cúbica exacta, tanto el coeficiente como el exponente (en este caso, 27, a3 y 64).
10. **X7 + 128** (SUMA O DIFERENCIA DE DOS POTENCIAS IGUALES):  
    Se reconoce porque son dos términos cuyos exponentes son iguales o mayores a cuatro (en este caso, la potencia es la séptima).

Ecuaciones de 2do Grado  
(los 5 tipos)

# 1ER TIPO: monómica (*ax*2)

Es una ecuación trivial. La solución siempre es “cero doble” (las raíces son 0 y 0).

*ax*2 = 0 *x*2 = = 0 *x* = =

# 2DO TIPO: binómica sin término **lineal** (*ax*2 + *c*)

Se resuelve despejando la *x*:

25*x*2 – 9 = 0

25*x*2 = 9

*x*2 =

*x* = = =

# 3ER TIPO: binómica sin término independiente (*ax*2 + *bx*)

Se resuelve por factoreo + propiedad hankeliana:

3*x*2 – *x* = 0 (a continuación, a cada término se le extrae una *x*)

*x*(3*x* – 1) = 0 (a continuación, aplicar la propiedad hankeliana)

TRINOMIOS

# 4TO TIPO: trinómica completa sin coeficiente (*x*2 + *bx* + *c*)

NOTA: (error común) → debe estar ordenado: cuadrático, lineal, independiente.

*x*2 + 3*x* + 2 = (*x* ...) (*x* ...)

*= x*2 3*x* + 2 = (*x* ...) (*x* ...) En el 1er paréntesis colocamos el signo del término lineal

*= x*2 3*x* 2 = (*x* + ...) (*x* ...) En el 2do: el signo surge de aplicar la regla de los signos entre el término lineal el término independiente

*= x*2 *x* = (*x* ) (*x* ) Los números que completan los paréntesis son: **(a)** *2 números que multiplicados sean igual al término independiente;* **(b)** *2 números que sumados (o restados)[[1]](#footnote-2) den el coeficiente del término lineal;* **(c)** *ubicados dentro de los paréntesis de mayor a menor*:

***x*2 + 3*x* + 2 = (*x* + 2) (*x* + 1)**

Adenda (aplicando la propiedad hankeliana):

*x*2 + *x* – 12 = (*x* + 4) (*x* – 3)

# 5TO TIPO: trinómica completa con coeficiente (*ax*2 + *bx* + *c*)

Se resuelve de la misma manera que la trinómica completa sin coeficiente, con la salvedad de que el coeficiente acompaña a la incógnita del término cuadrático en los paréntesis del factoreo.

Ejemplo:

En ***x*2** – 5*x* – 2, los paréntesis del factoreo quedan = (*x*…) (*x*…)

En **3*x*2** – 5*x* – 2, deben quedar así = (3*x*…) (3x…)

¿Cómo se logra? Así:

Se multiplica y divide toda la expresión por el coeficiente del término cuadrático

= =

El 3 del denominador se elimina operando con uno de los miembros (usualmente el 1ro):

== Prueba:

1. **NOTAS SOBRE LA TRINÓMICA COMPLETA (CASOS MÁS COMPLEJOS)**

El exponente de término “cuadrático” puede tener exponentes mayores. En estos casos, se cumple se resuelve teniendo en cuenta que dicho exponente sea el doble del exponente del término “lineal”.

Pero, en términos prácticos, se resuelve DE LA MISMA MANERA (siendo el coeficiente del primer término, el “cuadrático”, la base multiplicativa):

**8***a*6 – 14*a*3 – 15 =

Aclaración (ayuda-memoria) necesaria para el siguiente paso:

**8(8*a*6) = 8\*8\**a*6 = 82\**a*6 = (8*a*3)2**

= = =

Prosiguiendo:

=

Aclaración (ayuda-memoria) necesaria para el siguiente paso:

2 números que multiplicados den -120 y sumados den -14, se resuelve sacando factores primos del número que debe ser resultado de un producto, en este caso, 120:

|  |  |
| --- | --- |
| 120 | 2 |
| 60 | 2 |
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 |  |

Tomando la 2da columna, multiplicando cualquier combinación nos dará 120, solo queda resolver qué combinación nos dará la suma (o resta) en 14, y en este caso, serán (5\*2\*2) - (3\*2) , quedando (véanse los signos) -20 \* 6 = -120 y -20 + 6 = -14.

Prosiguiendo:

= = = = **(2*a*3 – 5) (4*a*3 + 3)**

# Trinomio cuadrado perfecto sin adición o sustracción

*x*2 + 10*x* + 25 =

* está ordenado en forma decreciente por la incógnita (o por una de ellas)
* los extremos deben tener el mismo signo (*x*2 y 25, ambos son positivos)
* los extremos son raíces cuadradas exactas (*x* y 5)
* EL 2DO TÉRMINO ES IGUAL A: 2 \* RAIZ1 \* RAIZ2 (en este caso: 2\**x*\*5 = 10*x*)

= **(*x* + 5)2** → el signo del paréntesis es el signo del 2do término (en este caso, el lineal: +10*x*)

Ejemplo:

9m2 – 6mn + n2 = (3m – n)2

Para pasar a la resolución del trinomio cuadrado perfecto pero con adición o sustracción, primero hay que repasar la resolución de una diferencia de cuadrados:

1. **DIFERENCIA DE CUADRADOS**

Téngase en cuenta lo que se conoce como productos notables:

**(*x* + *y*) (*x* – *y*) = *x*2 – *y*2**

La diferencia de cuadrados es la misma operación a la inversa:

*x*2 – *y*2 = (*x* + *y*) (*x* – *y*)

Eso es todo.

# Trinomio cuadrado perfecto **con** adición o sustracción

Al evaluar la expresión, cumple todas las condiciones del trinomio cuadrado perfecto (ver título antes de este) *excepto* en que EL 2DO TÉRMINO **NO** ES IGUAL A: 2 \* RAIZ1 \* RAIZ2.

4*a*4 + 8*a*2*b*2 + 9*b*4 =

Los términos extremos son raíces cuadradas perfectas (2*a*2 y 3*b*2).

Pero al multiplicar 2 por las raíces, no se verifica que 12*a*2*b*2 (los coeficientes son 2 y 3).

Sin embargo, la partes literales coinciden. Para que 8*a*2*b*2 llegue a ser 12*a*2*b*2 , necesito adicionar 4*a*2*b*2 (o restar, según el caso). Para amortiguar este cambio en la expresión original, sumo y resto el mismo monomio (4*a*2*b*2).

= 4*a*4 + 8*a*2*b*2 + 9*b*4 **+ 4*a*2*b*2 – 4*a*2*b*2**

Absorbemos a 4*a*2*b*2 en el segundo término:

= 4*a*4 + 12*a*2*b*2 + 9*b*4 – 4*a*2*b*2

Aplicando la operatoria del trinomio cuadrado perfecto, armamos el paréntesis con las raíces del trinomio y con el signo del 2do término:

= (2*a*2 + 3*b*2)2 – 4*a*2*b*2

Sin embargo, la expresión final aún no está factorizada (no está expresada como producto, hay aún una resta que separa términos). Lo que nos ha quedado es una **DIFERENCIA DE CUADRADOS**. Por tanto, hay que operarla en esos términos (teniendo en cuenta que la raíz del segundo término, 4*a*2*b*2, es 2*ab*):

= ( 2*a*2 + 3*b*2 + 2*ab*) (2*a*2 + 3*b*2 – 2*ab*)

Solo resta ordenar por una de las incógnitas (en este caso, por la *a*):

= ( 2*a*2 + 2*ab* + 3*b*2) (2*a*2 – 2*ab* + 3*b*2)

BHASKARA

*ax*2 + *bx* + *c* = 0

*ax*2 + *bx* = –*c*

multiplico ambos miembros por 4*a*

4*a*(*ax2 + bx*) *=* 4*a*(–*c*)

4*a*2*x2 +* 4*abx =* – 4*ac*

(2*ax*)2 *+* 2(2*ax*)*b =* – 4*ac*

sumo a ambos miembros *b*2

(2*ax*)2 *+* 2(2*ax*)*b* + *b*2 *= b*2 – 4*ac*

aplico trinomio cuadrado perfecto (sin adición o sustracción)

(2*ax* + *b*)2 *= b*2 – 4*ac*

2*ax* + *b* *=*

*2ax =* –*b*

***x =***

Factorización por evaluación usando División Sintética

*x*3 – 4*x*2 + *x* + 6 =

Lo primero que se hace es tomar el término independiente y encontrarle los divisores (en este caso, 1, 2, 3 y 6, positivos y negativos). Ese número se irá usando como raíz cero de *x* hasta que las operaciones den cero.

Colocar los coeficientes en la tabla de Ruffini:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Los términos → | *x*3 | *x*2 | *x* | i |  |
| Los coeficientes → | 1 | -4 | 1 | 6 | *x* = -1 |
|  |  | -1 | 5 | -6 | *x* + 1 = 0 |
|  | 1 | -5 | 6 | 0 |  |
| La nueva expresión → | *x*2 | *x* | i |  |  |

El procedimiento es así:

* Se baja de la línea superior el 1 y se multiplica por el -1 de *x* = -1 y ese resultado (-1) se lo coloca debajo del -4
* Se hace la operación de suma (o resta) entre el -4 y el -1 que pusimos: -4 -1 = -5
* Se repite lo mismo: se multiplica -5 \* -1, el cinco lo llevamos a la columna del término lineal, se hace la suma de 1 + 5 = 6, se multiplica ese 6 por el -1 de la raíz y se coloca ese -6 en la columna del término independiente, al hacer la operación final (6 – 6) el resultado final es cero.
* NOTA 1: si el resultado final no es cero (0), algo salió mal…
* NOTA 2: la raíz -1 fue el 2do intento. Antes, se operó con 1 y el resultado final no fue cero. Según el consejo, se debe ir intentando desde el menor de los divisores del término independiente, intercalando positivos y negativos.

Recuérdese el resultado final, la nueva expresión de lo operado hasta ahora:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | -5 | 6 |
| *x*2 | *x* | i |

Si quisiéramos expresar ahora, en esta instancia, la factorización, se puede: escribiendo la nueva expresión por la raíz que hemos operado (señalada en la tabla de cálculo justo abajo del operador que se usó: *x* + 1 = 0):

(*x*2 – 5*x* + 6) (*x* + 1)

Se puede seguir procesando usando la división sintética (usualmente, una factorización termina, queda completa, cuando la variable es lineal, es decir, elevada a la potencia 1), pero se aconseja que al llegar a una expresión cuadrática, se use otro método (en este caso, trinómica completa sin coeficiente):

**(*x* – 3) (*x* – 2) (*x* + 1)**

El factoreo ya está resuelto, pero a los fines didácticos, se mostrará el desarrollo completo con una tabla que me ha gustado:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | -4 | 1 | 6 |
|  | *x*3 | *x*2 | *x* | i |
| **-1** |  | -1 | 5 | -6 |
|  | 1 | -5 | 6 | 0 |
|  | *x*2 | *x* | i |  |
| **2** |  | 2 | -6 |  |
|  | **1** | **-3** | 0 |  |
|  | *x* | i |  |  |

* 1 y -3 ya forman el monomio sin más operación **(*x* – 3)**
* el 2 no puede ser escrito *x* = 2 (que es eso lo que significa en su posición al costado), debe ser operado de tal forma que *x* – 2 = 0 y ahí está el siguiente monomio **(*x* – 2)**
* y el 1, operado igual que el anterior, queda **(*x* + 1)**

Pero la aplicación completa de todo lo dicho anteriormente se verá con claridad (tomando lo mejor) en el siguiente ejemplo:

**2*x*5 - *x*4 - 20*x*3 - 5*x*2 + 48*x* + 36** =

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (*x* + 1) | 2*x*5 | -*x*4 | -20*x*3 | -5*x*2 | 48*x* | 36 |
| **-1** |  | -2 | 3 | 17 | -12 | -36 |
| (*x* – 2) | 2*x*4 | -3*x*3 | -17*x*2 | 12*x* | 36 | 0 |
| **2** |  | 4 | 2 | -30 | -36 |  |
| (*x* + 2) | 2*x*3 | *x*2 | -15*x* | -18 | 0 |  |
| **-2** |  | -4 | 6 | 18 |  |  |
|  | 2*x*2 | -3*x* | -9 | 0 |  |  |

= (*x* + 1) (*x* – 2) (*x* + 2) (2*x*2 – 3*x* – 9) = (*x* + 1) (*x* – 2) (*x* + 2)

= (*x* + 1) (*x* – 2) (*x* + 2) = (*x* + 1) (*x* – 2) (*x* + 2) =

= **(*x* + 1) (*x* – 2) (*x* + 2) (*x* – 3) (2*x* + 3)**

6TO CASO DE FACTOREO

**SUMA O DIFERENCIA DE POTENCIAS DE IGUAL GRADO**

***x*3 + 8** = *x*3 + 23 =

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| (*x* + 2) | *x*3 | 0*x*2 | 0*x* | 8 |
| **-2** |  | -2 | 4 | -8 |
|  | *x*2 | -2*x* | 4 | 0 |

= **(*x* + 2) (*x*2 – 2*x* + 4)** → En este caso (según las calculadoras online) no se puede factorizar más.

1. Esa suma (o resta) lo determinan los signos de los paréntesis. Es decir:

   **#3** es lo que debo operar…

   ...para obtener los mismos números (**#4**) de la ecuación original [↑](#footnote-ref-2)